

弧齿锥齿轮齿面曲率干涉判断方法与实验验证

曹雪梅, 邓效忠, 耿龙龙

(河南科技大学 机电工程学院, 河南 洛阳 471003)

摘 要: 提出一种基于齿面拓扑结构的齿面曲率干涉判断方法,通过构造两齿面拓扑偏差判断齿面曲率干涉。这种方法不仅可以直观地判断是否发生齿面曲率干涉,而且可以对其实际啮合位置进行预判。对一对弧齿锥齿轮齿面曲率干涉进行了计算,分析结果显示小轮工作面大端、小端和齿顶曲率干涉,齿面印痕应位于大端和小端,小轮非工作面齿顶曲率干涉。在数控铣齿机加工该弧齿锥齿轮副并检测齿面印痕,工作面齿面印痕位于小轮大端和小端,非工作面小轮齿顶出现了齿顶接触的现象,检测结果与该方法预判结果一致。

关 键 词: 弧齿锥齿轮; 齿面曲率干涉; 齿面印痕; 曲率分析; 拓扑偏差

中图分类号: V232.9

文献标志码: A

Judgement method and test verification for tooth surface curvature interference of spiral bevel gears

CAO Xue-mei, DEND Xiao-zhong, GENG Long-long

(School of Mechanical and Electronical Engineering,

Henan University of Science and Technology, Luoyang Henan 471003, China)

Abstract: A tooth surface curvature interference judgment method was presented based on the tooth surface topology structure, and the criterion for tooth surface curvature interference was given by constructing topology deviation of the two tooth surfaces. This method could intuitively identify if there is the tooth surface curvature interference, and could reflect the actual contact field of meshing. Tooth surface curvature interference of a pair of spiral bevel gears was calculated. The analysis results show that the toe, the heel and the tip of the pinion on working flank will be subject to curvature interference, and the contact pattern will be at the regions of the toe and the heel; the tip of the pinion on non-working flank will be subject to curvature interference. The spiral bevel gear pair was processed by computer numerical control gear milling machine and the contact pattern was tested. The contact patterns are located at the toe and the heel of the pinion on working flank; on non-working flank, meshing occurs on the tip of the pinion. The test results are consistent with the predicted results by the proposed method.

Key words: spiral bevel gears; tooth surface curvature interference; contact pattern; curvature analysis; topology deviation

两齿面啮合时在啮合点处无曲率干涉是实现正确啮合的必要条件,在此基础上进行轮齿接触

分析才能正确评价齿轮接触性能^[1-11]。轮齿接触分析根据两齿面在啮合点处具有相同的位矢及法

收稿日期:2014-06-03

基金项目:国家自然科学基金(51475141); 河南科技大学创新基金(20132cx004); 河南省教育厅基础研究基金(14B460014)

作者简介:曹雪梅(1970—),女,浙江桐乡人,副教授,博士。主要从事锥齿轮设计与检测技术研究。

矢通过求解方程计算啮合点及传动误差,再根据啮合点在两齿面的曲率关系计算瞬时接触椭圆长轴.这种针对啮合点的分析方法可能因两齿面曲率干涉而出现分析结果失真:理论分析的齿面印痕和传动误差满足设计要求,而在实际滚检由于出现两齿面曲率干涉而根本无法正确啮合.

曲率干涉可通过两齿面在啮合点相对法曲率和相对短程挠率进行判断^[1,12-13].一种判断方法是两齿面在啮合点处沿任意方向的相对法曲率的值都为负,则两齿面无曲率干涉;另一种判断方法是两齿面满足相切条件且只要在某一方向的相对法曲率为负,则两齿面无曲率干涉.两种方法都是通过两齿面啮合点的拓扑结构判断曲率干涉.首先轮齿接触分析计算啮合点,再计算每个啮合点的相对法曲率和相对短程挠率,进一步判断是否曲率干涉.这种基于两齿面啮合点局部拓扑结构的齿面曲率干涉判断方法不能直接、直观地得到干涉的信息,且计算量较大.

基于齿面拓扑结构进行齿面设计及啮合性能分析是目前研究的热点^[2,14-17].文献[2]采用大轮理论齿面及与大轮完全共轲的小轮齿面作为大轮、小轮基准面,分别计算大小轮实测齿面与其基准面的形状偏差,并基于瞬时接触线构造合成误差曲面分析齿面印痕与传动误差.文献[14-17]提出基于齿面相对修形的概念进行轮齿接触分析及承载接触分析.

本文提出一种基于齿面拓扑结构的齿面曲率干涉判断方法,在曲面共轲的基础上,根据一个齿面构造基准曲面,通过其与另一齿面的拓扑偏差判断齿面曲率干涉.这种方法基于齿面拓扑结构判断齿面曲率干涉,无需进行轮齿接触分析,大大减小了计算量,对于齿面曲率干涉的判断更加直接、直观,有利于进行齿面的修正.

1 曲面共轲基本理论

根据齿轮啮合原理,两共轲齿面可描述为按给定运动规律,且在运动过程中始终保持连续相切接触的一对曲面.如果两运动曲面在任何时刻都沿着啮合方程所确定的曲线接触,则称为线接触共轲曲面,也称为完全共轲曲面;如果两运动曲面在任何时刻都只能在接触线上的某点接触,则称为点接触共轲曲面,也称为不完全共轲曲面.

在给定两曲面运动规律的情况下,通过齿轮啮合原理的包络法,可由一个曲面方程求得与之完全共轲的另一曲面方程.

S_1 和 S_2 为动坐标系,分别与小轮齿面 Σ_1 和大轮齿面 Σ_2 相固连.已知大轮齿面 Σ_2 在动坐标系 S_2 中的位矢方程为

$$\mathbf{r}_2(u, v) = x_2(u, v)\mathbf{i}_2 + y_2(u, v)\mathbf{j}_2 + z_2(u, v)\mathbf{k}_2 \quad (1)$$

式中 u, v 是曲面参数.

将大轮齿面 Σ_2 从 S_2 坐标系变换到 S_1 坐标系

$$\mathbf{r}_1(u, v, t) = \mathbf{M}_{12}(t)\mathbf{r}_2(u, v) \quad (2)$$

式中 $\mathbf{M}_{12}$ 为坐标系 S_2 到坐标系 S_1 的坐标变换矩阵.

在给定运动条件下,两个齿面啮合时满足啮合方程

$$f(u, v, t) = \mathbf{n} \cdot \mathbf{v}^{(12)} = 0 \quad (3)$$

式中 $\mathbf{n}$ 为法矢, $\mathbf{v}$ 为速度矢量,上标(12)代表坐标系 S_1 和 S_2 之间的量.

求解方程式(2)和式(3),得到曲面 Σ_0 在动坐标系 S_1 中的位矢.曲面 Σ_0 和大轮齿面 Σ_2 只可能沿着啮合方程所确定的接触线接触,曲面 Σ_0 为大轮齿面 Σ_2 的完全共轲曲面,在大轮齿面 Σ_2 和小轮齿面 Σ_1 的齿面曲率干涉分析时作为基准曲面,通过分析其与小轮齿面 Σ_1 的拓扑偏差判断曲面干涉.

2 齿面拓扑偏差的构建

2.1 大轮齿面 Σ_2 网格点的确定^[18]

由大轮齿面参数可确定大轮齿面网格点的位矢 $\mathbf{r}_2(u, v)$ 及法矢 $\mathbf{n}_2(u, v)$.将网格点投影到旋转投影坐标系中,如图1所示.横坐标轴 L 为齿轮回转轴,坐标值为 x_2 ;纵坐标 R 的坐标值为 $\sqrt{y_2^2 + z_2^2}$.

在大轮齿面旋转投影坐标系中进行网格划

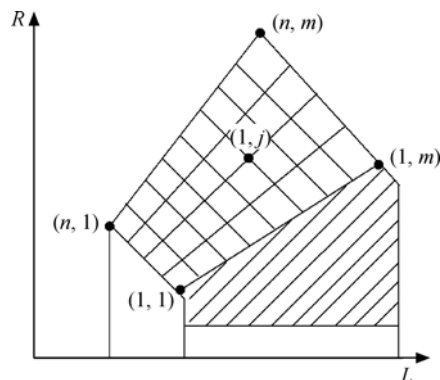


图1 网格点示意图

Fig. 1 Sketch of meshing points

分,在齿面上沿齿长方向取 m 点,齿高方向取 n 点.齿面上任一网格点 $M_{ij}^{(2)}$ ($i=1-n, j=1-m$) 在大轮齿面旋转投影坐标系中的坐标为 $(L_{ij}^{(2)}, R_{ij}^{(2)})$,满足位置方程

$$x_2(u_{ij}, v_{ij}) = L_{ij}^{(2)} \\ \sqrt{[y_2(u_{ij}, v_{ij})]^2 + [z_2(u_{ij}, v_{ij})]^2} = R_{ij}^{(2)} \quad (4)$$

求解方程组,即可得到大轮齿面 Σ_2 上任一网格点的位矢 $r_{ij}^{(2)}$ 及其法矢.

2.2 小轮基准齿面 Σ_0 网格点的确定

小轮基准齿面 Σ_0 与大轮齿面 Σ_2 完全共轭且满足传动比为齿数比.由大轮齿面网格点的位矢 $r_{ij}^{(2)}$ 及法矢,根据第1节曲面共轭基本理论可求出 S_1 坐标系下小轮基准齿面 Σ_0 上对应点 $M_{ij}^{(0)}$ 的位矢 $r_{ij}^{(0)}$ 及法矢,将所求的小轮基准齿面的网格点投影到小轮齿面旋转投影面上,得到在小轮齿面旋转投影坐标系中的坐标

$$L_{ij}^{(1)} = x_0(u_{ij}, v_{ij}) \\ R_{ij}^{(1)} = \sqrt{[y_0(u_{ij}, v_{ij})]^2 + [z_0(u_{ij}, v_{ij})]^2} \quad (5)$$

2.3 小轮齿面 Σ_1 网格点的确定

由小轮齿面参数可确定小轮齿面网格点的位矢 $r_1(\theta, \phi)$ 及法矢 $n_1(\theta, \phi)$.在小轮齿面旋转投影坐标系中小轮齿面上对应点 $M_{ij}^{(1)}$ 满足位置方程

$$x_1(\theta_{ij}, \phi_{ij}) = L_{ij}^{(1)} \\ \sqrt{[y_1(\theta_{ij}, \phi_{ij})]^2 + [z_1(\theta_{ij}, \phi_{ij})]^2} = R_{ij}^{(1)} \quad (6)$$

求解方程组,即可得到小轮齿面 Σ_1 上对应网格点的位矢 $r_{ij}^{(1)}$ 及其法矢 $n_{ij}^{(1)}$.

2.4 小轮基准齿面 Σ_0 与小轮齿面 Σ_1 拓扑偏差

1) 偏离距离

以 Σ_0 为基准面,计算小轮齿面 Σ_1 与小轮基准齿面 Σ_0 的拓扑偏差.点 $M_{ij}^{(0)}$ 与点 $M_{ij}^{(1)}$ 的偏离距离为

$$\delta_{ij} = \frac{\sqrt{[x_{ij}^{(1)} - x_{ij}^{(0)}]^2 + [y_{ij}^{(1)} - y_{ij}^{(0)}]^2 + [z_{ij}^{(1)} - z_{ij}^{(0)}]^2}}{\cos \gamma} \quad (7)$$

式中 γ 为点 $M_{ij}^{(1)}$ 与点 $M_{ij}^{(0)}$ 的法线夹角.

2) 偏差的正负

计算拓扑偏差时以 Σ_0 为基准面,当小轮齿面 Σ_1 点 $M_{ij}^{(1)}$ 高于基准面时,对应的偏差为正,低于基准面时,对应的偏差为负.求解方程

$$f(\phi_{ij}) = y_{ij}^{(1)} \cos \phi_{ij} - z_{ij}^{(1)} \sin \phi_{ij} - y_{ij}^{(0)} \quad (8)$$

当 ϕ_{ij} 为负时,该点拓扑偏差为正,反之则为负.

3 齿面拓扑偏差判断齿面曲率干涉

3.1 基于局部拓扑结构的干涉判别

两齿面在啮合点无曲率干涉才能正确啮合,两齿面在啮合点处的任意两个垂直方向 α_1, α_2 的相对法曲率 k_n 和相对短程挠率 τ_g 的值应满足

$$k_{n1}^{(12)} k_{n2}^{(12)} - [\tau_{g1}^{(12)}]^2 > 0 \quad (9)$$

要保证两齿面不发生曲率干涉还应附加一定的条件,如图2所示, n' 表示啮合点的法向.

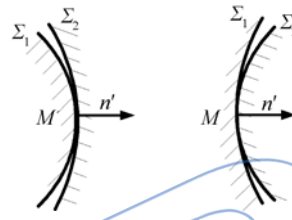


图2 不发生曲率干涉的条件

Fig. 2 Non-curvature interference condition

当 Σ_1 的法矢从实体指向空域, Σ_1 和 Σ_2 在 M 点相对法曲率 $k_n^{(12)} \leq 0$, 实体不发生干涉, 否则将发生干涉.

3.2 基于齿面拓扑结构的齿面曲率干涉的判别

当小轮齿面 Σ_1 与小轮基准齿面 Σ_0 的齿面拓扑偏差为零时,即两齿面完全重合,此时小轮齿面 Σ_1 与大轮齿面 Σ_2 完全共轭,满足线接触且无传动误差;不完全共轭齿面是在小轮基准齿面 Σ_0 上选择一点 M ,然后将 M 点四周的齿面轻轻铲去一层,离 M 点越远的地方铲得越多,如图3所示.此时小轮齿面 Σ_1 与大轮齿面 Σ_2 为不完全共轭的齿面,啮合时形成以 M 点为中心的局部接触区.

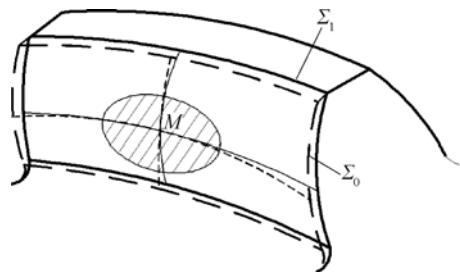


图3 共轭齿面的修正

Fig. 3 Modification of conjugate tooth surfaces

将与大轮齿面完全共轭的小轮基准齿面作为判断大小轮齿面曲率干涉的基准面.齿面拓扑偏差如图4所示,当小轮齿面全部低于小轮基准齿

面时,小轮齿面与大轮齿面可以正确啮合,否则将会发生齿面曲率干涉。

齿面曲率干涉判断流程图如图5所示。

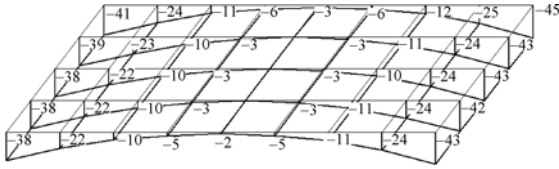


图4 齿面拓扑偏差(单位: 10^{-2} mm)

Fig. 4 Topology deviation of tooth surface
(unit: 10^{-2} mm)

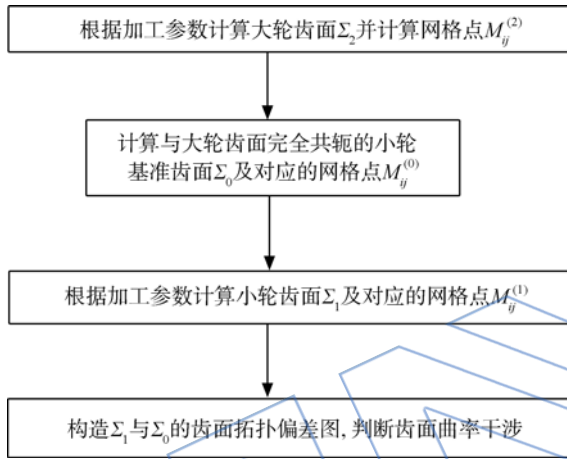


图5 齿面曲率干涉判断流程图

Fig. 5 Flow chart of judgement of tooth surface curvature interference

4 算例

用该方法对一对弧齿锥齿轮进行设计,轮坯参数见表1,小轮采用双重双面法加工,大小轮加工参数见表2。

表1 轮坯参数

Table 1 Parameters of blank

参数	数值或说明	
	小轮	大轮
齿数	25	32
模数/mm	5.5	
中点螺旋角/(°)	35	
螺旋方向	左旋	右旋
轴交角/(°)	90	
分锥角/(°)	37.9987	52.0013

表2 加工参数

Table 2 Parameters of machine-tool settings

参数	数值	
	大轮	小轮
刀盘直径/mm	228.6	152.4
刀顶距/mm	2.5511	2.5511
刀号	12	7.5
径向刀位/mm	97.825	80.100
角向刀位/(°)	73.158	51.194
滚比	1.269	1.624
垂直轮位/mm	-0.1	0.1
轴向轮位/mm	-0.8	-0.8
床位/mm	0.378	-0.555
轮坯安装角/(°)	48.283	35.868

4.1 轮齿接触分析

对两理论齿面进行轮齿接触分析,即基于两齿面在啮合点处具有相同的位矢及法矢求解非线性方程组计算啮合点,进而分析计算齿面印痕与传动误差。

图6和图7分别为大轮工作面和非工作面的传动误差和齿面印痕。由图可看出:工作面齿面印痕接触迹线位于齿宽中部,与根锥夹角接近90°,轻微外对角,传动误差曲线基本对称,齿面可以啮合;非工作面齿面印痕接触迹线位于齿宽中部,与根锥夹角为90°,传动误差曲线不对称。

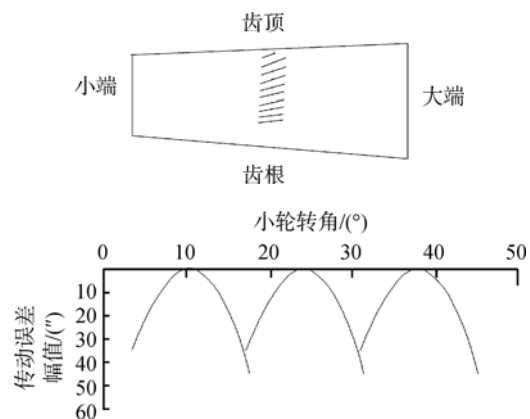


图6 工作面传动误差和齿面印痕

Fig. 6 Transmission errors and contact pattern on working flank

4.2 基于齿面啮合点的齿面曲率干涉分析

从第3节分析可知,各啮合点不发生齿面曲

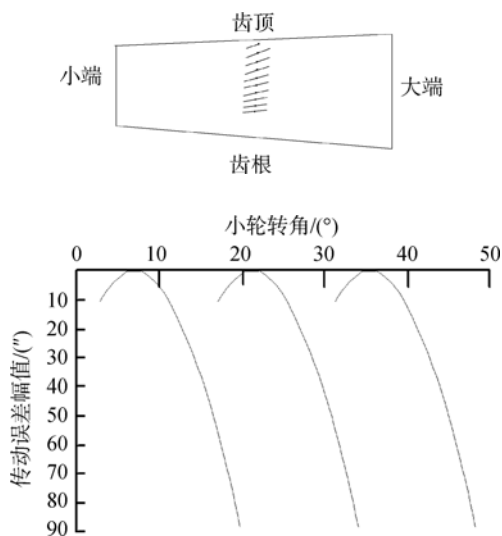


图7 非工作面传动误差和齿面印痕

Fig.7 Transmission errors and contact pattern on non-working flank

率干涉的条件是:①齿面曲率干涉判别式(9)的计算结果应大于0;②任意两个垂直方向的相对法曲率小于0.计算各齿面啮合点沿大轮主方向的相对法曲率、相对短程挠率及齿面曲率干涉判别式(9),结果如表3~表4所示.

表3中啮合点序号从大轮齿顶到大轮齿根排列,分析表3可知:大轮凸面从齿顶到齿根会发生齿面曲率干涉,大轮齿顶(小轮齿根)干涉程度最大.

表3 大轮凸面啮合点计算结果

Table 3 Calculation results of meshing points on convex

啮合点 序号	$k_{n1}^{(12)}$	$k_{n2}^{(12)}$	$[k_{n1}^{(12)} k_{n2}^{(12)} - (\tau_{g1}^{(12)})^2]/10^{-4}$
1	-0.0190	0.0212	-4.5124
2	-0.0188	0.0165	-3.5732
3	-0.0186	0.0125	-2.7870
4	-0.0184	0.0091	-2.1212
5	-0.0182	0.0061	-1.5525
6	-0.0179	0.0035	-1.0640
7	-0.0177	0.0011	-0.64310
8	-0.0174	-0.0009	-0.28033
9	-0.0170	-0.0028	-0.031487

表4 啮合点序号从大轮齿根到大轮齿顶排列.大轮凹面只是在啮合点1处即大轮齿根(小轮齿顶)发生齿面曲率干涉.

表4 大轮凹面啮合点计算结果

Table 4 Calculation results of meshing points on concave

啮合点 序号	$k_{n1}^{(12)}$	$k_{n2}^{(12)}$	$[k_{n1}^{(12)} k_{n2}^{(12)} - (\tau_{g1}^{(12)})^2]/10^{-4}$
1	-0.0206	-0.0001	-0.011475
2	-0.0206	-0.0026	0.46977
3	-0.0205	-0.0048	0.91047
4	-0.0204	-0.0069	1.3167
5	-0.0203	-0.0089	1.6931
6	-0.0203	-0.0107	2.0437
7	-0.0202	-0.0125	2.3713
8	-0.0201	-0.0142	2.6783
9	-0.0201	-0.0159	2.9666
10	-0.0200	-0.0175	3.2376

4.3 基于齿面拓扑结构的齿面曲率干涉分析

根据表2所示加工参数,计算小轮齿面与小轮基准齿面的拓扑偏差,如图8所示.

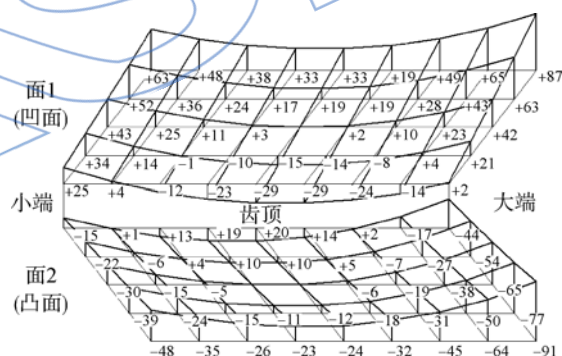


图8 小轮齿面与小轮基准齿面拓扑偏差
(单位: 10^{-2} mm)

Fig.8 Topology deviation of pinion tooth surface with pinion datum tooth surface (unit: 10^{-2} mm)

从图8可以看出:

1) 小轮凹面小端和大端及齿根高出小轮基准齿面,齿面发生干涉,不能正确啮合.齿面较高的部分将接触,因此在实际滚检时可能出现两端接触的现象.越靠近小轮齿根干涉越严重,与表3中干涉判别的计算结果一致.

2) 小轮凸面仅在齿宽中部齿顶部分高于小轮基准齿面,齿面其余部分皆低于小轮基准齿面.因此,在实际滚检时可能出现齿顶接触的干涉情况.与表4中啮合点1发生齿面曲率干涉的判断是一致的.

5 实验验证

本实验采用洛阳科大越格数控机床有限公司自主研发的 YK2260X 数控弧齿锥齿轮铣齿机加工该对齿轮,并在滚检机上检测齿面印痕。

大轮凸面齿面印痕如图 9 所示,可以看出齿面印痕位于大轮大端和小端,与表 3 及图 8 中对小轮凹面的齿面曲率干涉的分析结果是一致的。



图 9 大轮凸面齿面印痕

Fig. 9 Contact pattern on convex

大轮凹面齿面印痕如图 10 所示,齿面印痕位于齿宽中部,滚检机上检测的齿面印痕为单齿啮合印痕,理论上齿面印痕应位于齿高中部,齿顶、齿根无印痕;从实际齿面印痕可以看出小轮齿顶也有印痕,说明出现了齿顶接触的现象,与表 4 及图 7 齿面拓扑偏差分析结果一致。



图 10 大轮凹面齿面印痕

Fig. 10 Contact pattern on concave

对比 4.1 节轮齿接触分析结果可以看出由于发生了齿面曲率干涉,造成分析结果失真。

6 结论

1) 轮齿接触分析只是一种纯数学的方法模拟接触区情况,将啮合齿面当作纯几何曲面研究,实际啮合时弧齿锥齿轮是实体,因此可能出现实际齿面发生曲率干涉无法正常啮合,造成分析结

果失真。

2) 基于局部拓扑结构的齿面曲率干涉方法需要通过轮齿接触分析计算啮合点,再计算啮合点的相对法曲率及相对短程挠率进行判断,这种分析方法计算复杂,由于只是局部拓扑结构的分析,缺乏齿面曲率干涉信息,对实际齿面印痕无从判断。

3) 本文提出一种基于齿面拓扑结构的齿面曲率干涉判断方法,这种齿面曲率干涉判断方法计算简单,不仅可以精确地判断干涉的部位,而且可以对其实际啮合位置进行预判,有利于进行齿面修正。

4) 当弧齿锥齿轮的传动比很大时,小轮的齿根部与大轮的齿顶部容易发生齿面曲率干涉,为了切除这个干涉带,切齿时常采用带有刀片突端的刀具,本文未对齿根部进行干涉分析,此外,本文仅涉及两齿面曲率干涉,未涉及齿厚干涉。

5) 该方法不仅适用于弧齿锥齿轮,而且可推广应用于其他齿轮。

参考文献:

- [1] 曾韬.螺旋锥齿轮设计与加工[M].哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1989.
- [2] 汪中厚.准双曲面齿轮动态性能仿真[M].北京:科学出版社,2013.
- [3] Litvin F L. Computerized design, simulation of meshing, and contact and stress analysis of face-milled formate generated spiral bevel gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2002, 37(5): 441-459.
- [4] 方宗德,刘涛,邓效忠.基于传动误差设计的弧齿锥齿轮啮合分析[J].航空学报,2002,23(3):226-230.
FANG Zongde, LIU Tao, DENG Xiaozhong. Tooth contact analysis of spiral bevel gears based on the design of transmission error[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2002, 23(3): 226-230. (in Chinese)
- [5] 方宗德,邓效忠.高重合度螺旋锥齿轮的设计与仿真[J].西北工业大学学报,2002,20(2):213-217.
FANG Zongde, DENG Xiaozhong. Tooth contact analysis of spiral bevel gears based on the design of transmission error[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2002, 20(2): 213-217. (in Chinese)
- [6] 魏冰阳,方宗德,周彦伟,等.基于变性法的高阶传动误差设计与分析[J].西北工业大学学报,2003,21(6):757-760.
WEI Bingyang, FANG Zongde, ZHOU Yanwei, et al. On improving design of spiral bevel gear with higher-order transmission error curve[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2003, 21(6): 757-760. (in Chinese)
- [7] Litvin F L. Local synthesis and tooth analysis of face-

- milled of spiral bevel gears[R]. NASA CR4342, 1990.
- [8] 曹雪梅, 张华, 方宗德. 航空弧齿锥齿轮承载传动误差的分析与设计[J]. 航空动力学报, 2009, 24(11): 2618-2624.
CAO Xuemei, ZHANG Hua, FANG Zongde. Design and analysis of loaded transmission errors for aviation spiral bevel gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(11): 2618-2624. (in Chinese)
- [9] 曹雪梅, 方宗德, 许浩, 等. 基于传动性能和垂直轮位的弧齿锥齿轮齿面设计[J]. 航空动力学报, 2008, 23(1): 189-194.
CAO Xuemei, FANG Zongde, XU Hao, et al. Tooth surface design of spiral bevel gears based on meshing performances and work offset[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(1): 189-194. (in Chinese)
- [10] 曹雪梅, 方宗德, 许浩. 弧齿锥齿轮的齿面主动设计及试验验证[J]. 机械工程学报, 2008, 44(7): 209-214.
CAO Xuemei, FANG Zongde, XU Hao. Function-oriented active tooth surface design of spiral bevel gears and experimental tests[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(7): 209-214. (in Chinese)
- [11] 聂少武, 邓效忠, 李天兴, 等. 基于圆弧刀廓的端面滚切锥齿轮啮合接触分析[J]. 航空动力学报, 2012, 27(6): 1424-1431.
NIE Shaowu, DENG Xiaozhong, LI Tianxing, et al. Tooth meshing contact analysis for bevel gears by face hobbing method based on arc blade profile[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(6): 1424-1431. (in Chinese)
- [12] 傅则绍. 微分几何与齿轮啮合原理[M]. 山东 东营: 中国石油大学出版社, 1999.
- [13] Griffis M. A study of curvature for single point contact[J]. Mechanism and Machine Theory, 2003, 38(12): 1391-1411.
- [14] Kolivand M, Kahraman A. A load distribution model for hypoid gears using ease-off topography and shell theory[J]. Mechanism and Machine Theory, 2009, 44(10): 1848-1865.
- [15] Shih Y P. A novel ease-off flank modification methodology for spiral bevel and hypoid gears[J]. Mechanism and Machine Theory, 2010, 45(8): 1108-1124.
- [16] Shih Y P, Fong Z H. Flank modification methodology for face-hobbing hypoid gears based on ease-off topography[J]. Journal of Mechanical Design, 2007, 129(12): 1294-1302.
- [17] Artoni A, Gabiccini M, Guiggiani M. Nonlinear identification of machine settings for flank form modifications in hypoid gear[J]. Journal of Mechanical Design, 2008, 130(11): 112602. 1-112602. 8.
- [18] 方宗德, 曹雪梅. 航空弧齿锥齿轮齿面坐标测量的数据处理[J]. 航空学报, 2007, 28(2): 456-459.
FANG Zongde, CAO Xuemei. Measuring data processing of aviation spiral bevel gears by using coordinate measurement[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2007, 28(2): 456-459. (in Chinese)